FORMULE DI FISICA LB

Gianluca Bertelli
gianluca.bertelli@gmail.com
www.gianlucabertelli.com
Versione 0.1

11 settembre 2003

FORMULE DI FISICA LB

GRADIENTE

$$\vec{\nabla} v \tag{1}$$

Il gradiente di uno scalare è un vettore che sintetizza le derivate direzionali della funzione argomento dell'operatore. Il vettore $\vec{\nabla} v$ indica la direzione, ed il verso, nei quali a parità di spostamento si ottiene la massima variazione della funzione scalare v.

DIVERGENZA

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \tag{2}$$

La divergenza di un vettore calcolata in un punto P, è uno scalare che esprime la tendenza a generare un flusso del vettore in esame, attraverso le pareti di un volumento infinitesimo che racchiude il punto P. La divergenza di un vettore dà perciò informazioni sulla presenza, o meno, di sorgenti del vettore stesso nel punto in cui viene calcolata. Se $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$ allora non ci sono sorgenti quindi le linee di forza sono chiuse.

ROTORE

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{v} \tag{3}$$

Il rotore è un vettore che descrive la vorticità delle linee di forza del campo vettoriale in esame. Se $\vec{\nabla} \wedge \vec{v} = 0$ le linee di forza del vettore $\vec{v}$ sono prive di vortici e il vettore si dice irrotazionale o conservativo e può essere espresso, a meno del segno, come gradiente di una funzione scalare.

TEOREMA DI STOKES

$$\oiint_{\Sigma_l} \vec{\nabla} \wedge \vec{v} = \oint_l \vec{v} d\vec{l} \tag{4}$$

Il flusso del rotore di un vettore $\vec{v}$ attraverso una superficie S è uguale alla circuitazione del vettore lungo il bordo della superficie.

TEOREMA DELLA DIVERGENZA

$$\oiint_{\Sigma} \vec{A} d\vec{\Sigma} = \iiint_{V(\Sigma)} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} d\vec{V} \tag{5}$$

Il flusso del vettore $\vec{A}$ uscente da una superficie chiusa Σ è uguale all'integrale della divergenza del vettore, esteso al volume racchiuso da tale superficie.

LEGGE DI COULOMB

$$\vec{F_{12}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r_{12}} \tag{6}$$

$$\vec{F_{tot}} = q_2 \sum_{i=1}^{n} \vec{F_{2i}} \tag{7}$$

Forza che intercorre tra due cariche elettriche in quiete. La forza totale è data dalla somma delle forze dovute a tutte le cariche presenti.

CAMPO ELETTROSTATICO

$$\vec{E_{12}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}^2} \hat{r_{12}} \tag{8}$$

$$\vec{F_{12}} = q\vec{E} \tag{9}$$

Campo elettrico generato da q_1. Forza esercitata su di una carica in prossimità di un campo elettrostatico. Il verso è quello delle cariche positive.

LEGGE DI GAUSS

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} d\vec{\Sigma} = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0} \tag{10}$$

Il flusso del campo elettrostatico nel vuoto, attraverso una superficie chiusa Σ è pari alla somma algebrica delle cariche interne alla superficie divisa per ϵ_0. *Le cariche esterne non influiscono.* Il flusso è normale alla superficie e ha verso uscente dalla faccia positiva.

POTENZIALE ELETTROSTATICO

$$\vec{E_0} = -\vec{\nabla} v \tag{11}$$

Il campo elettrico è *conservativo* quindi ammette potenziale. Le superfici equipotenziali sono perpendicolari al campo elettrico, quindi spostandosi perpendicolarmente al campo elettrico il potenziale non cambia.

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + c \tag{12}$$

Potenziale generato da una carica.

$$\frac{L_{AB}}{q} = V_a - V_b \tag{13}$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E_0} dl \tag{14}$$

L'integrale di linea tra due punti (lavoro = forza per spostamento) non dipende dalla strada scelta ma solo da essi. La differenza di potenziale si calcola algebricamente qualunque siano A e B. Il potenziale semplifica i calcoli. Se A=B quindi il percorso è un circuito chiuso la *circuitazione* è nulla (vedi equazioni di maxwell).

CONDUTTORI

$$\vec{E_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n} \tag{15}$$

La carica posseduta dal conduttore si dispone in superficie quindi *il campo elettrico all'interno nullo*. Questa formula rappresenta il campo elettrico generato da un piano carico.

FORZA MAGNETICA

$$\vec{F_{12}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r_{12}} + k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{v_1} \wedge \vec{v_2} \wedge \hat{r_{12}} \tag{16}$$

Forza tra cariche in movimento, oltre alla forza elettrica si crea una forza magnetica (molto debole). Se due cariche sono ferme oppure se ne muove soltanto una si usa la legge di Coulomb. Assume la massima intensità quando le due cariche sono in parallelo. Si definisce $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$.

$$\vec{B_{12}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1 v_1 \wedge \hat{r_{12}}}{r_{12}^2} \tag{17}$$

$$\vec{F_{12}} = q_2\vec{E} + q_2\vec{v_2} \wedge \vec{B} \tag{18}$$

Riformulazionione della legge precedente: forza magnetica e forza totale tra due cariche in movimento. Leggi non locali, q_2 carica sorgente.

FORZA DI LORENTZ

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \tag{19}$$

$$\vec{F} = \vec{j} \wedge \vec{B} \tag{20}$$

Forza che agisce su di una particella carica che si muove con velocità $\vec{v}$ in un campo magnetico.

VETTORE DENSITÀ DI CORRENTE

$$\vec{j} = \rho\vec{v} \tag{21}$$

Le due formule precedenti valgono solamente per cariche puntiformi, nel caso di corpi si sostituisce la carica q con la densità di corrente.

INTENSITÀ DI CORRENTE

$$I = \oiint_S \vec{j}d\vec{S} \tag{22}$$

L'intensità di corrente è uguale al flusso del vettore intensità attraverso la superficie S. Convenzionalmente I viene presa con il verso concorde al moto delle cariche positive.

I EQUAZIONE DI LAPLACE

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \wedge \hat{r}}{r^2} \tag{23}$$

Valida per circuiti filiformi. Esprime il campo magnetico generato da una porzione infinitesima di circuito.

II EQUAZIONE DI LAPLACE

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \wedge \vec{B} \tag{24}$$

Valida per circuiti filiformi. Esprime la forza magnetica esercitata su di una porzione infinitesima di un circuito immerso in un campo magnetico.

LEGGE DI BIOT-SAVART

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \tag{25}$$

Campo magnetico generato da un filo rettilineo infinito percorso da una corrente costante I, calcolato in un punto a distanza d dal filo.

EQUAZIONI DI MAXWELL

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E}\vec{ds} = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0} \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{26}$$

Legge di Gauss. La legge di Gauss è comprensiva delle azioni a distanza (forma integrale). La forma locale è stata ricavata dalla legge di Gauss tramite il teorema della divergenza. Il flusso è normale alla superficie e ha verso uscente dalla faccia positiva.

$$\oiint_{\Sigma} \vec{B}\vec{ds} = 0 \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{27}$$

Teorema del flusso del campo magnetico. Afferma che il flusso del campo magnetico attraverso una superfice chiusa è sempre nullo. La forma locale è stata ottenuta tramite il teorema del Stokes. Il flusso è normale alla superficie e ha verso uscente dalla faccia positiva.

$$\oint_{l} \vec{E}\vec{dl} = -\frac{d}{dt}\oiint_{\Sigma_l} \vec{B}\vec{ds} \qquad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \tag{28}$$

Legge di Faraday. Circuitazione del campo elettrico attraverso una superficie avente per bordo la linea chiusa l. La forma locale è stata ricavata tramite il teorema del rotore.Convenzione della mano destra.

$$\oint_{l} \vec{B}\vec{dl} = \mu_0 \oiint_{\Sigma_l} \vec{j}\vec{ds} + \mu_0\epsilon_0\frac{d}{dt}\oiint_{\Sigma_l} \vec{E}\vec{ds} \qquad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\epsilon_0\frac{\delta \vec{E}}{\delta t} \tag{29}$$

Teorema della circuitazione del campo magnetico. Somma della corrente contatenata e della corrente di spostamento (effetto trascurabile per campi e correnti che variano lentamente). Convenzione della mano destra.

TEOREMA DI POYNTING

$$\frac{d}{dt}\iiint_{V} \frac{1}{2}\rho_m v^2 dV + \frac{d}{dt}\iiint_{V} (\frac{1}{2\mu_0}\vec{B}^2 + \frac{1}{2}\epsilon_0\vec{E}^2)dV + \oiint_{\Sigma_v} \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}\vec{dS} = 0 \tag{30}$$

Rivede le equazioni di Maxwell sfruttando il concetto di energia.